

# Влияние диффузии в подложку на динамику роста покрытия

Н. Н. Назаренко, А. Г. Князева

Предложена модель роста покрытия. Исследовано влияние параметров модели на динамику роста покрытия. Проведена оценка напряжений в покрытии и подложке для двух различных случаев: подложки, изготовленной из титана, и подложки — из цирконий-ниобиевого сплава.

**Ключевые слова:** диффузия, растущее покрытие, механические напряжения.

The mathematical model of coating growth has been suggested. The influence of model parameters on evolution of coating growth has been analyzed. The estimate of stresses in the coating and substrate has been carried out for two different cases: the substrate made from titanium, and substrate made from zirconium-niobium alloy.

**Keywords:** diffusion, growing coating, mechanical stress.

## Введение

Множество природных явлений и технологических процессов сопровождается увеличением размеров и изменением формы твердых тел за счет присоединения к ним дополнительного материала. При исследовании такого рода процессов важно учитывать особенности постепенного притока нового вещества к поверхности тела и сопутствующие физические явления. В работах [1–4] изложен строгий математический аппарат, позволяющий ставить серьезные задачи о механическом поведении растущих тел. Тем не менее, кинетике явлений роста здесь не уделяется должного внимания.

При реальном протекании гетерогенных реакций в природе или технике наблюдаемая скорость реакции определяется, с одной стороны, истинной химической кинетикой на поверхности, а с другой, — скоростью транспорта реагирующих веществ к этой поверхности молекулярной или конвективной диффузией. Подобные процессы оказывают влияние и на рост покрытий в условиях микродугового оксидирования [5]. В [6] предложена модель роста покрытия при микродуговом оксидировании, учитывающая возможность роста покрытия в кинетическом или диффузионном режимах. Рост покрытия может быть

осложнен формированием диффузионного слоя в основном образце, что в [6] не исследовано. Цель работы — провести анализ влияния формирования диффузионного слоя на рост покрытия.

## Постановка задачи

В условиях эксперимента [7], кальцийфосфатное покрытие (рис. 1) формируется на имплантате из титана микродуговым методом [5]. Процесс микродугового оксидирования осуществляется в электролитической ванне размером  $l$ , заполненной раствором

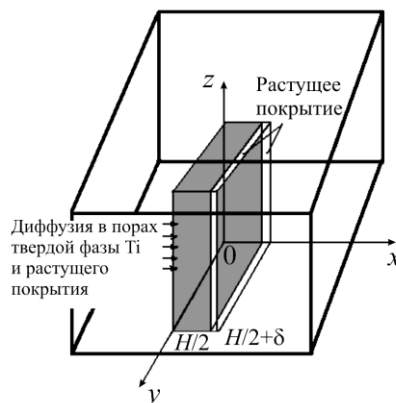


Рис. 1. Иллюстрация к формулировке задачи.

электролита, куда помещается оксидируемая деталь размером  $h$ , выполненная из титанового сплава.

В простейшем случае полагаем, что на поверхности растущего покрытия идет только одна реакция, скорость которой лимитируется актом химического превращения. Часть непрореагировавшего вещества поступает в твердую фазу. Пусть из двух веществ, участвующих в строительстве покрытия, одно всегда находится в избытке, так что химическая реакция идет по псевдопервому порядку. Электромагнитное поле обеспечивает непрерывное пополнение раствора реагентами и хорошее перемешивание, поэтому собственно задачу о перераспределении элементов в электролите [8, 9] здесь не рассматриваем.

Тогда полная постановка задачи включает уравнение диффузии в жидкой фазе

$$h/2 + \delta \leq x \leq h/2 + \delta + l: \frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (1)$$

уравнение диффузии в твердой фазе

$$0 \leq x \leq h/2: \frac{\partial C}{\partial t} = D_S \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (2)$$

уравнение диффузии в покрытии

$$h/2 \leq x \leq h/2 + \delta: \frac{\partial C}{\partial t} = D_C \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \varphi, \quad (3)$$

где  $\varphi = kC$ ,  $\delta = \delta(t)$ .

Граничные и начальные условия представим в виде

$$x = h/2 + \delta(t) + l: \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$x = h/2 + \delta(t):$$

$$D_L \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_+ = D_C \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_-, \quad C_+ = C_-, \quad (5)$$

$$x = h/2: D_S \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_+ = D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_-, \quad C_+ = C_-, \quad (6)$$

$$x = 0: \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$t = 0: C = 0, \quad x < h/2, \quad C = 1, \quad x = h/2, \quad (8)$$

где  $D_L$  — коэффициент диффузии в жидкой фазе,  $D_S$  — коэффициент диффузии в твердой фазе,  $D_C$  — коэффициент диффузии в покрытии,  $\varphi$  — источник вещества в покрытии (скорость химической реакции), “-” — соответствует потоку и концентрации слева от границы, “+” — справа.

Вообще говоря, условие на границе раздела растущего покрытия и жидкости нужно записывать следующим образом

$$x = h/2 + \delta(t):$$

$$D_C \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_- - D_L \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_+ = (C_+ - C_-) \frac{d\delta}{dt}.$$

При условиях, что рост покрытия осуществляется за счет реакции в объеме и равенстве концентраций слева и справа от границы при идеальном перемешивании, мы приходим к равенству диффузионных потоков (5).

Распределением веществ в жидкости пренебрегаем вследствие высокой скорости переноса веществ в жидкой фазе по сравнению с твердой, а распределением концентрации в покрытии пренебрегаем вследствие малости его толщины. Для этого проинтегрируем уравнения диффузии в жидкой фазе и в покрытии по координате с учетом граничных условий. Тогда постановка задачи для твердого образца с растущим покрытием примет вид:

$$0 \leq x \leq h/2: \frac{\partial C}{\partial t} = D_S \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (9)$$

граничные и начальные условия

$$x = h/2: (l + \delta) \frac{\partial C}{\partial t} = -D_S \frac{\partial C}{\partial x} + \delta\varphi, \quad (10)$$

$$x = 0: \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$t = 0: C = 0, \quad x < h/2, \quad C = 1, \quad x = h/2. \quad (12)$$

#### Оценка напряжений в подложке и растущем покрытии

Вторая часть проблемы заключается в решении задачи об оценке механических напряжений в растущем покрытии. В соответствии с условиями экспериментальных исследований, возникающие в процессе внутренние напряжения можно считать упругими, что позволяет использовать идеи теории массопругости [10, 11]. Подобная задача была решена в [6] без учета диффузии в основном образце.

На поверхность образца, имеющего форму плоской пластины (рис. 1) наносится покрытие, толщина которого в процессе нанесения меняется от 0 до  $\delta(t)$ , так что суммарная толщина пластины равна  $h/2 + \delta(t)$ . Пластина свободна от действий внешних механических сил, поэтому в направлении оси  $ox$  напряжения нулевые:

$$\sigma_{xx} = 0. \quad (13)$$

Так как тонкое покрытие наносится равномерно на всю поверхность образца, задачу об оценке

напряжений можно считать одномерной и симметричной [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{zy} &= 0, \\ \sigma_{yy} = \sigma_{zz} &= \sigma(x), \\ \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_1(x), \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_2(x). \end{aligned} \quad (14)$$

(На рис. 1 представлена только 1/4 часть образца; плоскости yz, yx, и xy плоскости симметрии).

В соответствии с условиями экспериментальных исследований, возникающие в процессе внутренние напряжения можно считать упругими, что позволяет использовать идеи теории массопругости [10, 11].

В рамках этой теории соотношения между компонентами тензоров напряжений и деформаций имеют вид:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}[\lambda\varepsilon_{kk} - Kw], \quad (15)$$

где  $w = 3 \sum_{k=1}^n \alpha_k (C_k - C_{k0})$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  — коэффициенты

Ламэ,  $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$  — изотермический модуль всестороннего сжатия,  $C_k$  — массовые концентрации компонентов, из которых “слагается” покрытие,  $C_0$  — их значения в начальный момент времени,  $\alpha_k$  — коэффициенты концентрационного расширения,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера,

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Из (13)–(15) находим:

$$\begin{aligned} 2\mu\varepsilon_1 + \lambda(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2) - Kw &= 0, \\ \sigma &= 2\mu\varepsilon_2 + \lambda(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2) - Kw, \end{aligned} \quad (16)$$

или

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{w}{3} - \frac{\lambda}{3K\mu}\sigma, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\lambda + 2\mu}{3K \cdot 2\mu}\sigma + \frac{w}{3}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для решения задачи о равновесии [12] требуется условие совместности деформаций, из которых в рассматриваемой ситуации остаются лишь два эквивалентных уравнения

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x^2} = 0, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}$ .

Подставляя в (18) второе уравнение (17), найдем:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{w}{3} + \frac{\lambda + 2\mu}{3K \cdot 2\mu} \sigma \right] = 0. \quad (19)$$

Общее решение (19) имеет вид

$$\sigma(x) = F(x)[w(x) + C_1x + C_2], \quad (20)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — “постоянные” интегрирования,

$$F(x) = \begin{cases} F_S = \frac{3K_S \cdot 2\mu_S}{\lambda_S + 2\mu_S}, & 0 < x < h/2, \\ F_C = \frac{3K_C \cdot 2\mu_C}{\lambda_C + 2\mu_C}, & h/2 < x < h/2 + \delta(t), \end{cases}$$

где

$$w(x) = \begin{cases} w_S = C(x,t), & 0 < x < h/2, \\ w_C = g(C(1,t) - C_0), & h/2 < x < h/2 + \delta(t). \end{cases}$$

Условия равенства нулю сил и момента сил по контуру пластины:

$$\int_0^{h/2+\delta(t)} \sigma dx = 0 \text{ и } \int_0^{h/2+\delta(t)} \sigma x dx = 0 \quad (21)$$

позволяют найти постоянные интегрирования  $C_1(t)$  и  $C_2(t)$ .

Подставляя (20) в условия (21), получим систему:

$$\begin{aligned} C_1A + C_2B + f_1(t) &= 0, \\ C_1G + C_2A + f_2(t) &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$f_1(t) = -F_S \int_0^{h/2} w_S dx - F_C w_C \delta(t),$$

$$f_2(t) = -F_S \int_0^{h/2} w_S x dx - F_C w_C \left( \frac{\left(\frac{h}{2} + \delta(t)\right)^2}{2} - \frac{h^2}{8} \right),$$

$$A = \int_0^{h/2+\delta(t)} F x dx, \quad B = \int_0^{h/2+\delta(t)} F dx,$$

$$G = \int_0^{h/2+\delta(t)} F x^2 dx.$$

Решение системы уравнений (22) имеет вид

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{f_2(t)B - f_1(t)A}{GB - A^2}, \\ C_2 &= \frac{f_2(t)A - f_1(t)G}{GB - A^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

В литературе не найдена зависимость механических свойств от состава, наиболее корректной будет оценка средних механических напряжений в виде

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{h/2} \int_0^{h/2} \sigma(x) dx.$$

Интегрируя решение задачи о равновесии по толщине образца, найдем средние механические напряжения.

Тогда окончательная формула имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle = & \frac{1}{h/2 + \delta(t)} \left[ \int_0^{h/2} F_S w_S(x, t) dx + \right. \\ & + F_S \left( C_1 \frac{h^2}{8} + C_2 \frac{h}{2} \right) + F_C \delta(t) (w_C(t) + C_2) + \\ & \left. + F_C C_1 \left[ \frac{(h/2 + \delta(t))^2}{2} - \frac{h^2}{8} \right] \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

### Безразмерные переменные и параметры

Перейдем к безразмерным переменным  $\xi$ ,  $\Delta$ ,  $\tau$ ,  $S$ :

$$\xi = \frac{x}{x_*} = \frac{x}{h/2}, \quad \tau = \frac{x_*^2}{D_S},$$

$$\Delta(\tau) = \frac{\delta(t)}{h/2}, \quad S = \frac{\langle \sigma \rangle}{3(\alpha - \alpha_S) K_S}.$$

В результате диффузионная часть задачи о росте покрытия на пластине включает уравнение диффузии в твердой фазе

$$0 \leq \xi \leq 1: \quad \frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2}, \quad (25)$$

уравнение кинетики роста покрытия, за счет вещества, поступающего из жидкой фазы,

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \tau} = \varphi, \quad (26)$$

и граничные условия

$$\xi = 0: \quad \frac{\partial C}{\partial \xi} = 0, \quad (27)$$

$$\xi = 1: \quad -\frac{\partial C}{\partial \xi} = (L + \Delta) \frac{\partial C}{\partial \tau} + \varphi \Delta, \quad \varphi = \kappa C, \quad (28)$$

где  $\kappa = t_* k$  — безразмерная константа скорости реакции,  $L = l/x_*$ .

В рамках данной модели толщина покрытия  $\Delta$  зависит только от двух параметров.

Выражение для расчета средних “макроскопических” напряжений (24) в безразмерных переменных имеет вид:

$$\begin{aligned} S = & \frac{1}{1 + \Delta} \left[ \int_0^1 w_S d\xi + \frac{\bar{C}_1}{2} + \bar{C}_2 + \right. \\ & \left. + \varepsilon \Delta (w_C + \bar{C}_2) + \varepsilon \bar{C}_1 \left[ \frac{(1 + \Delta)^2}{2} - \frac{1}{2} \right] \right], \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\bar{C}_1 = -\frac{\bar{f}_2(\tau) \bar{B} - \bar{f}_1(\tau) \bar{A}}{\bar{G} \bar{B} - \bar{A}^2},$$

$$\bar{C}_2 = \frac{\bar{f}_2(\tau) \bar{A} - \bar{f}_1(\tau) \bar{G}}{\bar{G} \bar{B} - \bar{A}^2},$$

$$\bar{f}_1(\tau) = -\int_0^1 w_S d\xi - \varepsilon w_C \Delta(\tau),$$

$$\bar{f}_2(\tau) = -\int_0^1 w_S \xi d\xi - \varepsilon w_C \left[ \frac{(1 + \Delta(\tau))^2}{2} - \frac{1}{2} \right],$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2} + \varepsilon \left[ \frac{(1 + \Delta(\tau))^2}{2} - \frac{1}{2} \right],$$

$$\bar{B} = 1 + \varepsilon \Delta(\tau),$$

$$\bar{G} = \frac{1}{3} + \varepsilon \left[ \frac{(1 + \Delta(\tau))^3}{3} - \frac{1}{3} \right],$$

$$\varepsilon = \frac{F_C}{F_S}, \quad w_S = C(\xi, \tau) \quad \text{и} \quad w_C = g[C(1, \tau) - C_0].$$

Новый по сравнению с [6] параметр  $g = \frac{\alpha - \alpha_C}{\alpha - \alpha_S}$  —

характеризует отношение мольных (или атомных) объемов веществ в покрытии и подложке,  $\alpha$ ,  $\alpha_C$ ,  $\alpha_S$  — коэффициенты концентрационного расширения диффундирующего вещества, материала покрытия и подложки.

Таким образом, в простейшем случае напряжения зависят от трех параметров  $S = S(\varepsilon, \kappa, g)$ .

В начальный момент времени имеем:

$$\tau = 0: \quad C = \begin{cases} 0, & 0 \leq \xi \leq 1, \\ 1, & \xi = 1, \end{cases} \quad \Delta = 0, \quad S = 0.$$

Проведем оценку некоторых параметров.

Коэффициент концентрационного расширения для элементов находим по формуле

$$\alpha_i = \frac{1}{3} \cdot \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad (30)$$

где  $V_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3$  — атомный объем,  $r_i$  — атомный радиус  $i$ -го компонента. Для химических соединений в (30) входят мольные объемы, которые определяем

по формуле  $V_i = \frac{M_i}{\rho_i N_A}$ , где  $M_i$  — молярная масса

вещества  $i$ -го соединения,  $\rho_i$  — плотность  $i$ -го соединения,  $N_A$  — число Авогадро.

Используя данные [13, 14] и таблицу Менделеева, находим  $r(\text{Ti}) = 2 \cdot 10^{-10}$  м,  $r(\text{Ca}) = 2,23 \cdot 10^{-10}$  м,  $V(\text{Ti}) = 33,49 \cdot 10^{-30}$  м,  $V(\text{Ca}) = 46,43 \cdot 10^{-30}$  м,  $V(\text{ZrNb}) = 62,4 \cdot 10^{-30}$  м,  $V(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) = 19,07 \cdot 10^{-30}$  м.

Безразмерный параметр  $\varepsilon$  найдем, используя литературные данные [14–16]:

$E_S = 11 \cdot 10^{10}$  Па,  $\nu_S = 0,32$ ,  $E_C = 1 \cdot 10^{10}$  Па,  $\nu_S = 0,25$  (подложка титан),  $E_S = 9,7 \cdot 10^{10}$  Па,  $\nu_S = 0,28$ ,  $E_C = 1 \cdot 10^{10}$  Па,  $\nu_S = 0,25$  (подложка цирконий-ниобиевый сплав).

Тогда, если подложка изготовлена из титана, получаем:

$\alpha(\text{Ca}) = 0,156$ ,  $\alpha_S(\text{Ti}) = 0,113$ ,  $\alpha_C(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) = 0,064$ ,  $g = 2,14$ ,  $\varepsilon = 0,08$ .

Если подложка изготовлена из цирконий-ниобиевого сплава, имеем:

$\alpha(\text{Ca}) = 0,121$ ,  $\alpha_S(\text{ZrNb}) = 0,163$ ,  $\alpha_C(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) = 0,005$ ,  $g = -1,69$ ,  $\varepsilon = 0,103$ .

### Метод решения и обсуждение результатов

Задача решена численно с помощью неявной разностной схемы и метода прогонки.

В расчетах определяются распределения концентраций ионов в поверхностном слое пластины, а также изменение толщины покрытия во времени в зависимости от параметров модели, характеризующих кинетику реакции и технологические условия.

Из численных расчетов установлено, что при уменьшении размера жидкой фазы (электролитической ванны) меньшее количество вещества

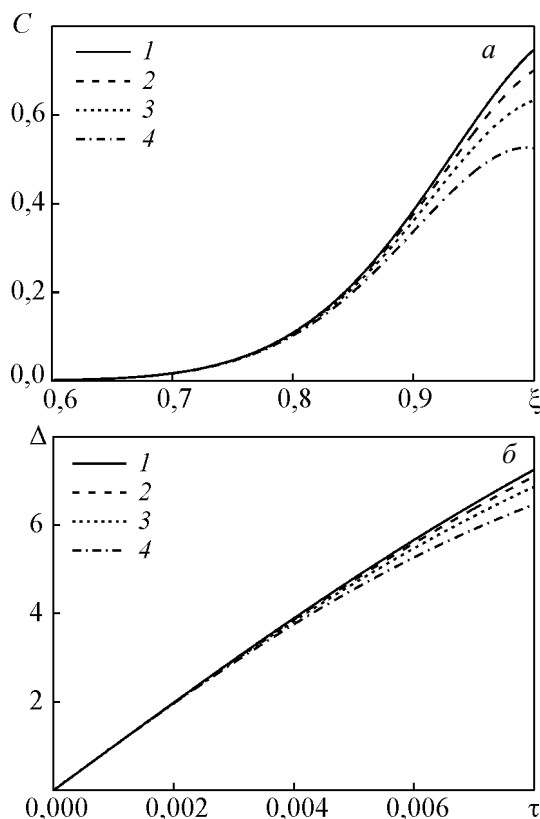


Рис. 2. Распределение концентрации в пространстве (а) и изменение толщины покрытия со времени (б) при разных размерах жидкой фазы: 1 —  $L = 100$ , 2 —  $L = 80$ , 3 —  $L = 60$ , 4 —  $L = 40$ ,  $\kappa = 1000$ ,  $dt = 0,00001$ ,  $dx = 0,005$ .

поступает в подложку (рис. 2а), а скорость роста покрытия уменьшается (рис. 2б), что связано с исчерпанием вещества в жидкой фазе.

При увеличении скорости реакции  $\kappa$ , очевидно, большее количество вещества вступает в химическую реакцию, что приводит к меньшему поступлению его в подложку (рис. 3а), и быстрее увеличивается толщина покрытия (рис. 3б).

Характер средних напряжений зависит от типа подложки. Замечено, что при увеличении константы скорости реакции средние напряжения уменьшаются по абсолютной величине (рис. 4). Если подложка титановая, то напряжения — сжимающие (рис. 4а). В случае подложки из цирконий-ниобиевого сплава, средние напряжения — растягивающие (рис. 4б). Это, очевидно, приведет к разному результату. Знак напряжений зависит от знака безразмерного параметра  $g$ . Величина и знак параметра  $g$  определяется его физическим смыслом. В него входят коэффициенты концентрационного расширения, которые определяются относительными атомными (моль-

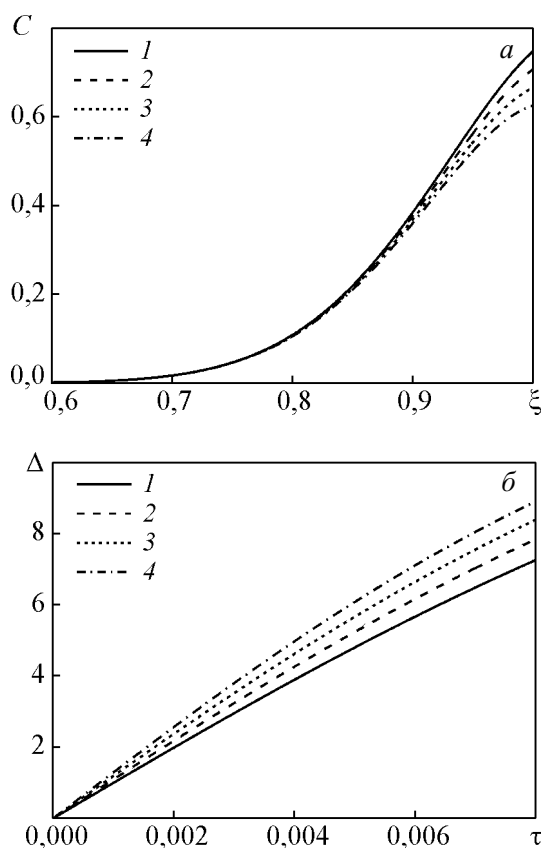


Рис. 3. Распределение концентрации в пространстве (а) и изменение толщины покрытия со времени (б) при разных значениях безразмерной константы скорости реакции: 1 –  $\kappa = 1000$ , 2 –  $\kappa = 1100$ , 3 –  $\kappa = 1200$ , 4 –  $\kappa = 1300$ ,  $L=100$ ,  $dt = 0,00001$ ,  $dx = 0,005$ .

ными) объемами диффундирующего элемента и матрицы. Если атомный размер диффундирующего элемента меньше атомного объема подложки, то напряжения сжимающие, если больше — напряжения растягивающие.

В целом, исследование модели показало, что при увеличении параметра  $\epsilon$  и  $g > 0$  средние напряжения уменьшаются. Если  $g < 0$ , то средние напряжения увеличиваются.

### Выводы

Предложена модель роста покрытия. Исследовано влияние параметров модели на динамику роста покрытия и эволюцию средних напряжений. Проведена оценка напряжений в покрытии и подложке для двух случаев, когда подложка выполнена из титана и цирконий-ниобиевого сплава. Модель диффузии обобщается для различных схем хими-

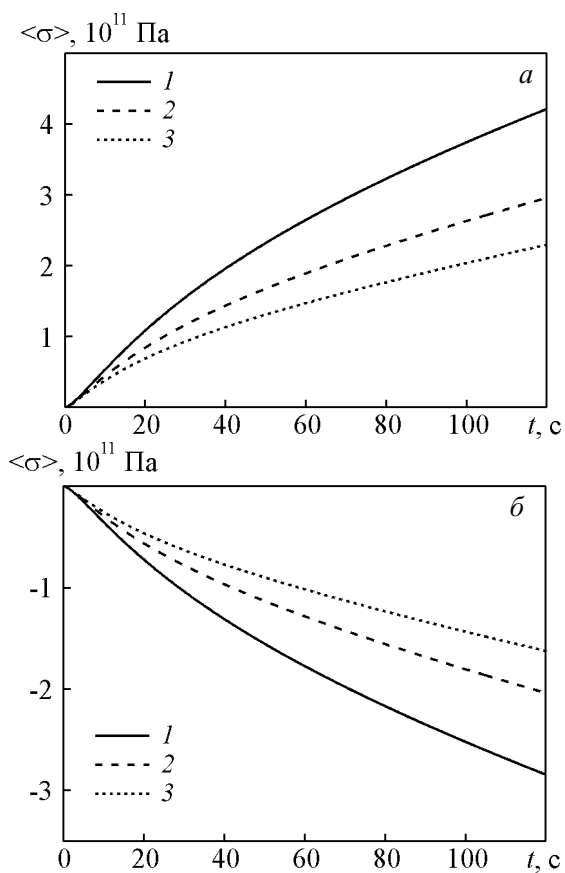


Рис. 4. Изменение средних напряжений в подложке (титан (а) и цирконий-ниобиевый сплав (б)) и покрытия со временем при разных значениях константы скорости реакции: 1 –  $\kappa = 1000$ , 2 –  $\kappa = 1500$ , 3 –  $\kappa = 2000$ ,  $L = 100$ ,  $\epsilon = 0,08$ ,  $g = 2,14$  (а),  $\epsilon = 0,103$ ,  $g = -1,69$  (б).

ческих реакций, соответствующих разным приближениям и составам жидкой фазы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 08-03-00960-а.*

### Литература

1. Манжиров А.В., Паршин Д.А. Моделирование процессов наращивания цилиндрических тел на вращающейся оправке с учетом действия центробежных сил. Изв. РАН. МТТ, 2006, №6, с.149 – 166.
2. Штейн А.А. О континуальных моделях растущего материала. Механика композитных материалов, 1979, № 6, с. 1105 – 1110.
3. Арутюнян Н.Х., Манжиров А.В., Наумов В.Э. Контактные задачи механики растущих тел. М.: Наука, 1991, 176 с.
4. Арутюнян Н.Х., Дроздов А.Д., Наумов В.Э. Механика растущих вязкоупругопластических тел. М.: Наука, 1987, 472 с.

5. Суминов И.В. и др. Микродуговое оксидирование. М.: Экомет, 2005, 368 с.
6. Князева А.Г., Назаренко Н.Н. Оценка средних механических напряжений в растущем покрытии. Физическая мезомеханика, 2008, т. 11, № 5, с. 35 – 40.
7. Шашкина Г.А., Шаркеев Ю.П., Колобов Ю.Р. Формирование биокерамических покрытий с высоким содержанием кальция на титане. Перспективные материалы, 2005, № 1, с. 41 – 46.
8. Назаренко Н.Н., Князева А.Г. Теоретическое исследование физико-химических процессов в электролитической ванне при нанесении кальций-фосфатных покрытий микродуговым методом. Химическая физика, 2008, т. 27, № 9, с. 77 – 85.
9. Назаренко Н.Н., Князева А.Г. Моделирование процессов в электролитической ванне при нанесении кальций-фосфатных покрытий на титановую пластину микродуговым методом. Математическое моделирование, 2009, № 1, т. 21, с. 92 – 110.
10. Еремеев В.С. Диффузия и напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1984, 194 с.
11. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977, 400 с.
12. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964, 517 с.
13. Краткий справочник по химии. Ред. О.Д. Куриленко. М.: Мир, 1982, 435 с.
14. Белаш Н.Н., Чернов И.А., Татаринцов В.Р., Слабоспицкая Е.А., Куштым А.В. Исследование сварных соединений в перспективных поглощающих элементах энергетических реакторов. Вопросы атомной науки и техники, 2009, с. 226 – 231.
15. Карлов А.В., Шахов В.И. Системы внешней фиксации и регуляторные механизмы оптимальной биомеханики. Томск: СТТ, 2001, 480 с.
16. Хлусов И.А., Пичугин В.Ф., Рябцева М.А. Основы биомеханики биосовместимых материалов и биологических тканей: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007, 149 с.

***Назаренко Нелли Николаевна** — Институт физики прочности и материаловедения СО РАН (г. Томск), кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник. Специалист в области физической химии, математического моделирования, диффузии. E-mail: [nnelli@ispms.tsc.ru](mailto:nnelli@ispms.tsc.ru).*

***Князева Анна Георгиевна** — Институт физики прочности и материаловедения СО РАН (г. Томск), доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник. Специалист в области модели сложных сред, неравновесной термодинамики, диффузии в твердых средах, горения, аналитических и численных методов, моделирования технологических процессов. E-mail: [anna@ispms.tsc.ru](mailto:anna@ispms.tsc.ru).*